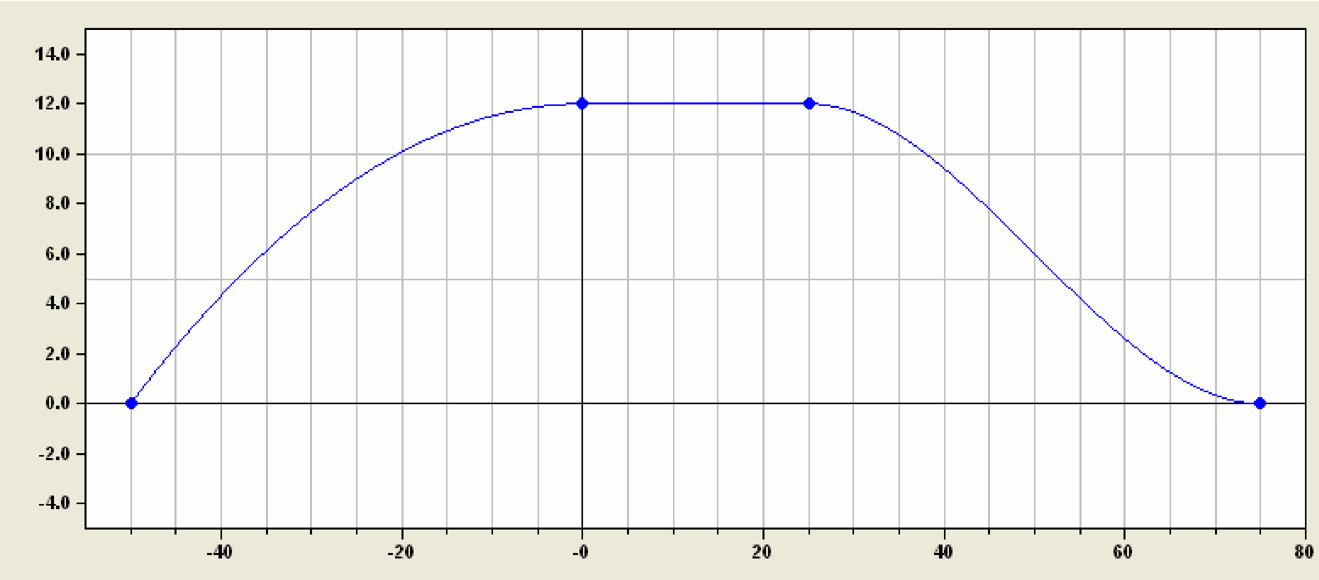
Ein Fesselballon startet auf 1250m über NN zum Zeitpunkt t= -50. Der untenstehende Änderungsgraph zeigt das Steigen (und Fallen) in m/min zum Zeitpunkt t in min.



Aufgaben:

a) Bestimmen Sie den abschnittweise definierten Funktionsterm f(t). Nehmen Sie für t < 0 einen parabolischen und dann einen linearen Verlauf an und bilden Sie für t > 25 einen Term 3. Grades.

b) Geben Sie zu den Punkten A(0 / 12), B(25 / 12) und C(75 / 0) die Situation während des Ballonfluges an; interpretieren Sie also diese Graphenpunkte im Kontext.

c) Berechnen Sie, welche Flughöhe relativ zum Startort und auch absolut zum Zeitpunkt t=75 erreicht wird.

d) Der Ballon landet zum Zeitpunkt t=115 [t=150] an einem Ort, der 400m oberhalb des Startortes – also auf 1650m über NN – liegt. Der Anfang und das Ende des Sinkfluges sollen möglichst angenehm verlaufen. Wie stark war die maximal erreichte Sinkrate?

(d1) Zeigen Sie, dass dies durch folgende Fragestellung zu lösen ist:
Bestimmen Sie den Term vierten Grades für eine Funktion f, deren doppelte Nullstellen den Abstand w zueinander haben und deren Graph G(f) mit der x-Achse eine Fläche vom Maß A berandet. Der Integralwert sei dann i und A=|i|. Zur Vereinfachung verschieben Sie G(f) so, dass der neue Graph G(f1) symmetrisch zur y-Achse ist.
Welches sind im konkreten Fall die Werte von w, A, i und (für f1:) der Nullstellen?

(d2) Zeigen Sie, dass nach einer allgemeinen Berechnung (mit Nullstelle n=w/2, Integralwert i) für f1(x) gilt: $f_1(x) = a \cdot \left(x^2 - n^2\right)^2$ mit $a = \dfrac{15 \cdot i}{16 \cdot n^5}$.

(d3) Machen Sie für w=40 und i=-600 die Probe: Stellen Sie mit dem GTR den Graphen von f1 dar und prüfen Sie, dass der Integralwert zwischen den Nullstellen tatsächlich -600 beträgt. Prüfen Sie dies auch für w=75.

(d4) Ermitteln Sie nun nach Rücktransformation den Term f(x) der ursprünglich gesuchten Funktion. Zur Kontrolle:

$f(t) = f_1(x - 75 - \frac{w}{2})$; Verschiebung nach rechts

für w=40 folgt: $f(t) = -1{,}7578 \cdot 10^{-4} \cdot \left(t^2 - 190t + 8625\right)^2$

Stärkste Sinkrate bei $t = 75 + 20$ mit $f(95) = f_1(0) = -28{,}125$

Entwickeln Sie f(t) auch für die Landung in t=150. Welche maximale Sinkrate gab es hier?