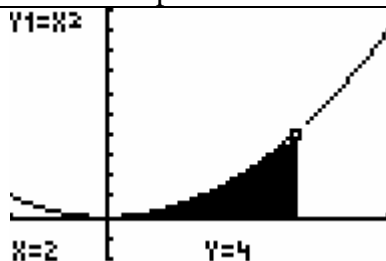


Inhalt von Flächen mit krummlinigem Rand

Näherung durch Unter- und Obersummen mittels Listen im GTR TI-84

Gesucht ist der Inhalt der Fläche unter der Normalparabel von $x=0$ bis $x=2$.

In den Variablen A (Intervallbeginn; anfangs 0), B (Intervallende; anfangs 2) und N (Anzahl Zerlegungen des Intervalls; anfangs 8) werden grundlegende Werte für die Bearbeitung gespeichert und später variiert. Hinweis: 0 STO> III.A speichert den Wert 0 in der Variable A.



0→A	0
2→B	2
8→N	8
■	

Im Listeneditor werden die Hilfsfelder angelegt.

Inhalte der Listen (semantisch und Formel):

L1: Stellen x der Zerlegung L1="seq(X,X,A,B,(B-A)/N"

L2: zugehörige y-Koordinaten L2="L1²"

L3: Fläche eines jeden Rechtecks L3="(B-A)/N*L2"

L4: kumulierte Flächeninhalte L4="cumSum(L3)"

Hinweise: Formeln im Kopf der Listen eintragen und dort durch "" eingrenzen, damit Listenwerte bei Änderungen angepasst werden!

II.List 5:seq() erzeugt Folgen von Zahlen (Sequenzen):

seq(Term,Variable,Beginn,Ende,Schrittweite)

Listennamen immer mit II.List NAMES auswählen, nie eintippen!

L1	L2	L3
0	0	0
.25	.0625	.01563
.5	.25	.0625
.75	.5625	.14063
1	1	.25
1.25	1.5625	.39063
1.5	2.25	.5625

LX="seq(X,X,A,B, Hier werden statt der Standardlisten L1-L4 neu benannte Listen verwendet:

LIX, LIY, LIA und LIKUM

Die letzten Elemente der kumulierten Flächeninhalte, also L4(8) und L4(9) zeigen die Untersumme und die Obersumme der Zerlegung in 8 Intervallteile.

Wir erkennen: $US(8) = 2.1875 < A < 3.1875 = OS(8)$ ist eine noch sehr grobe Abschätzung. Wir verlassen den Listeneditor und zerlegen nun feiner: $N=10,20,\dots,100,200,300,400,500,\dots$, speichern also größere Werte in der Variable N. Die Inhalte der Hilfslisten werden automatisch angepasst!

Hinweise: Für eine bessere Übersicht wurde rechts die Liste L3 (hier LIA) ausgeblendet. Ausgeblendete Listen werden mit II.INS und II.LIST NAMES wieder im Listeneditor aktiviert.

LIX	LIY	LIKUM
.75	.5625	.21875
1	1	.46875
1.25	1.5625	.85938
1.5	2.25	1.4219
1.75	3.0625	2.1875
2	4	3.1875

LIKUM(9) = 3.1875

Liste LIA ausblenden: Cursor auf Listenkopf, dann [Del]

Dies kann im Listeneditor kontrolliert werden. Für $N=200$ erhalten wir nebenstehende Werte, also gilt

$US(200) = 2.6467 < A < 2.6867 = OS(200)$

Da die Anzeige wegen der vielen Hilfswerte sehr verlangsamt ist, rufen wir die Ergebnisse $US(n)$ und $OS(n)$ außerhalb des Listeneditors ab mit $\{L4(N),L4(N+1)\}$. Dies liefert eine Ergebnisliste mit den beiden Daten Untersumme und Obersumme.

Eine Verfeinerung ist nur bis ca. $N=500$ möglich. Danach wird ein MEMORY ERROR gemeldet.

LIX	LIY	LIKUM
1.95	3.8025	2.4907
1.96	3.8416	2.5291
1.97	3.8809	2.5679
1.98	3.9204	2.6071
1.99	3.9601	2.6467
2	4	2.6867

LIKUM(202) =

Weiterführende Aufgaben:

a) Stellen Sie eine Tabelle auf, in der Sie in der ersten Spalte mit $a=0$ und $b=2$ für zwanzig verschiedene Werte von n zeigen, dass die Abschätzung für den gesuchten Inhalt A immer genauer wird. Auf wie viel Nachkommastellen genau ist die Abschätzung letztlich?

b) Erweitern Sie die Tabelle um weitere Spalten und schätzen Sie A für weitere Intervalle ab (z. B. von $a=-2$ bis $b=2$ oder von $a=-3$ bis $b=5$). Kontrollieren Sie für $a=-2$ und $b=2$ das Ergebnis mit dem vorigen.

c) Untersuchen Sie dies nun auch für andere Funktionsterme $f(x)$. Zur Erinnerung: In L2 (hier: LIY) wurde der Funktionsterm eingetragen, statt der Stelle x die Liste L1 (hier: LIX).

d) Vergleichen Sie die Abschätzungen mit Ergebnissen, die Sie über II.CALC 7:∫f(x)dx erhalten.

e) Hinweis für Lehrer: In Klausuren auch Zwischenergebnisse (z. B. US und OS zu $N=500$) abfragen.