Lösungen zu Quadratische Funktionen VIII - IX

1. (a) $\mathrm{S}\,(\,4\,|\,-3\,)$, $x_{1,2}=4\pm\sqrt{6}$ (b) $\mathrm{S}\,(\,-1\,|\,5\,)$, $x_{1,2}=-1\pm\sqrt{\frac{10}{3}}$

   (c) $\mathrm{S}\left(\,2\,\middle|\,-\frac{1}{2}\,\right)$, keine NS.

2. (a) $N_1(0|0)$, $N_2(-\frac{b}{a}|0)$

   (b) $x_{\mathrm{S}}=-\frac{b}{2a}$, $y_{\mathrm{S}}=-\frac{b^2}{4a}$

   (c) Die Scheitel liegen auf einer Gerade.

   (d) $y_{\mathrm{S}}=-\frac{b^2}{4a}=\frac{b}{2}(-\frac{b}{2a})=\frac{b}{2}\cdot x_{\mathrm{S}}$

   (e) Die Scheitel liegen auf einer Parabel.

   (f) $y_{\mathrm{S}}=-\frac{b^2}{4a}=-a\cdot(-\frac{b}{2a})^2=-a\cdot x_{\mathrm{S}}^2$

3. $f(x)=x^2+6\,x+7$ $\quad g(x)=-x^2-2\,x+4$

   $h(x)=-x^2+6\,x-6$ $\quad k(x)=x^2-8\,x+20$

4. $f(x)=-\frac{1}{2}\,x^2-2\,x+2$ $\quad g(x)=4\,x^2+8\,x$

   $h(x)=2\,x^2-12\,x+16$

5. $f\circ g(x)$ und $g\circ f(x)$ berechnen.
   Aus Koeffizientenvergleich bei x^4 folgt: $a=d$
   Aus Koeffizientenvergleich bei x^3 folgt mit $a=d$: $e=b$
   Aus Koeffizientenvergleich bei x^2 folgt mit $a=d$ und $e=b$: $f=c$
   Also: Die Funktionene f und g kommutieren nur, wenn sie identisch sind.

6. (a) Die Punkte liegen auf einer Parabel.

   (b) $y=\sqrt{x^2+(y-1)^2}\Rightarrow y=\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}$

   (c) $y=\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}\Rightarrow y=\dfrac{1}{2b}\,x^2-\dfrac{a}{b}\,x+\dfrac{a^2+b^2}{2b}$

7. (a) Berührpunkte: $(0|0)$, $(1|1)$

   (b) Berührpunkte: $(0|0)$, $\left(\dfrac{1}{2}\,\middle|\,\dfrac{1}{4}\right)$, falls $a=-4$

   (c) Berührpunkte: $(0|0)$, $\left(\dfrac{2}{b}\,\middle|\,\dfrac{4}{b^2}\right)$, falls $a=-\dfrac{b^2}{4}$

   (d) Bedingung für Berührpunkte $(x_B|x_B^2)$ verschieden von $(0|0)$:
   $b=\dfrac{2}{x_B}$, $a=-\dfrac{1}{x_B^2}$, also $a=-\dfrac{1}{4}b^2\Rightarrow$
   $\mathrm{P}_1: a=-\dfrac{1}{9}, b=-\dfrac{2}{3}$, $\mathrm{P}_2: a=-\dfrac{1}{16}, b=\dfrac{1}{2}$, $\mathrm{P}_3: a=-\dfrac{1}{36}, b=\dfrac{1}{3}$

Zusammengestellt von OStR M. Ziemke für Landrat-Lucas-Gymnasium, Leverkusen