

Testaufgaben zur Analysis für Grundkurse

Bezirksregierung Düsseldorf, April 1999

Bearbeitungszeit 90 Min.

Aufgabe 1

Skizzieren Sie die Graphen. Ihre Zeichnungen sollten in den wesentlichen Punkten der Graphen genau sein und jeweils die Symmetrieachse enthalten.

$$f_1(x) = (x - 3)(x + 2), \quad f_2(x) = (x + 2)^2 - 4, \quad f_3(x) = -(x + 2)^2$$

Aufgabe 2

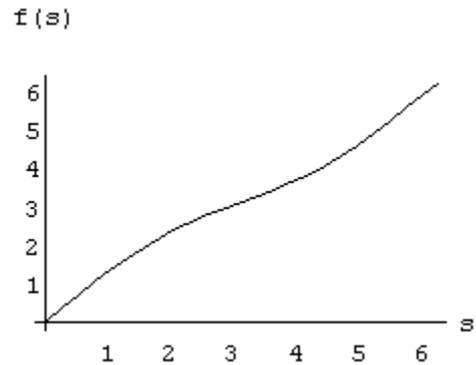
Die von einem PKW verbrauchte Benzinmenge hängt von dem zurückgelegten Weg ab (z. B. gemäß nebenstehender Skizze).

Wir bezeichnen den Weg mit s , gemessen in km, und die zugehörige verbrauchte Benzinmenge mit $f(s)$, gemessen in Liter.

Was bedeutet in diesem Zusammenhang

a. $\frac{f(s_0 + h) - f(s_0)}{h}$ oder $\frac{f(s) - f(s_0)}{s - s_0}$

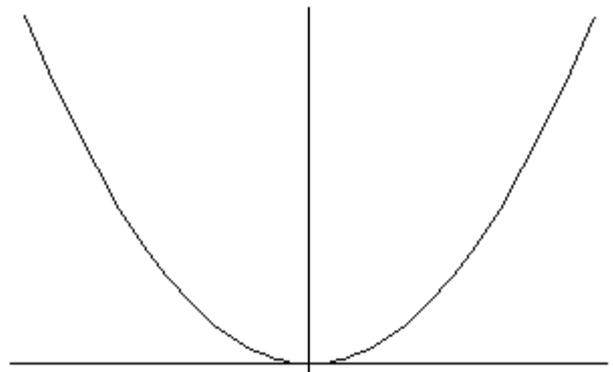
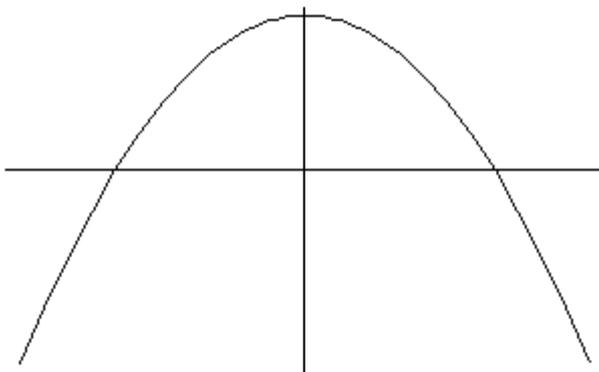
b. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(s_0 + h) - f(s_0)}{h}$ oder $\lim_{s \rightarrow s_0} \frac{f(s) - f(s_0)}{s - s_0}$?



Wählen Sie die Ihnen vertraute Schreibweise.

Aufgabe 3

In der Zeichnung ist jeweils der Graph von f' dargestellt. Skizzieren Sie einen möglichen Verlauf von f .



Aufgabe 4

- a. Geben Sie jeweils den maximalen Definitionsbereich an und bestimmen Sie die 1. Ableitung:

$$f_1(x) = x^3 + 5x^2 - 3, \quad f_2(x) = \frac{4}{x^2},$$

$$f_3(x) = \frac{3x}{(x-1)^2} \quad \text{oder} \quad f_3(x) = (x-1)^2 e^x$$

Wählen Sie bei $f_3(x)$ eine der beiden Alternativen.

- b. Berechnen Sie die Gleichung der Tangente im Punkt $P(1;f_1(1))$ an den Graphen der Funktion f_1 .

Aufgabe 5

In der Medizin wird die Reaktionstärke R auf ein Medikament in Abhängigkeit von der Dosis x durch Funktionen R mit

$$R(x) = a \cdot x^2(b - x), \quad a, b > 0$$

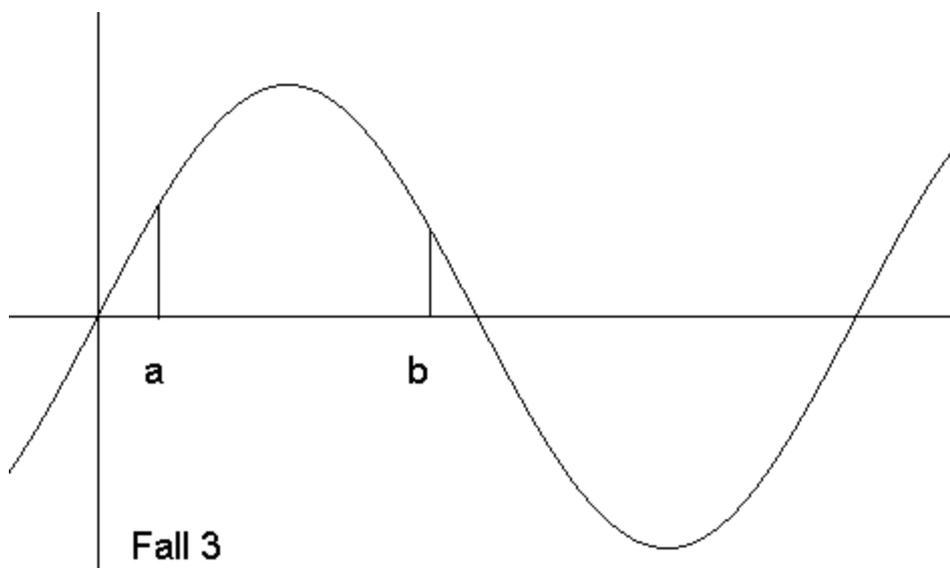
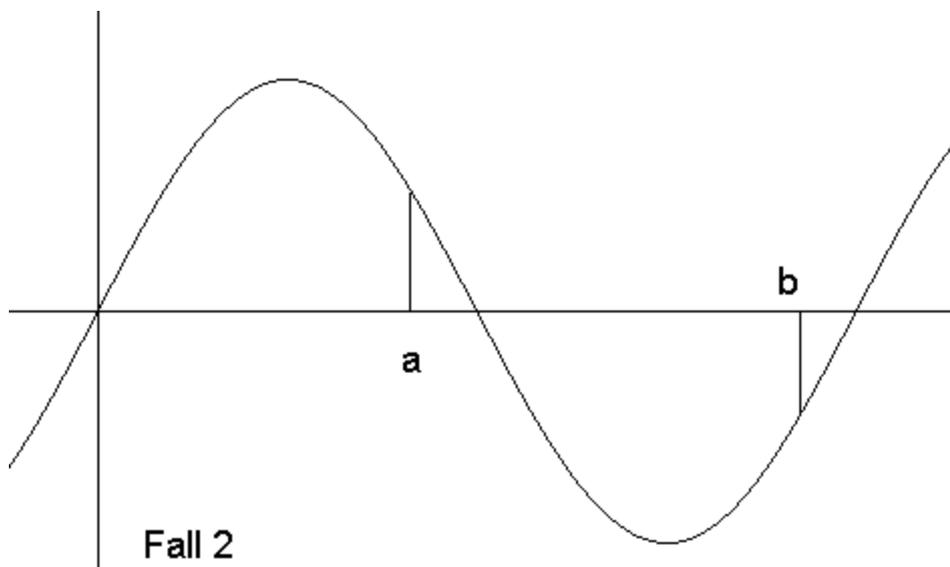
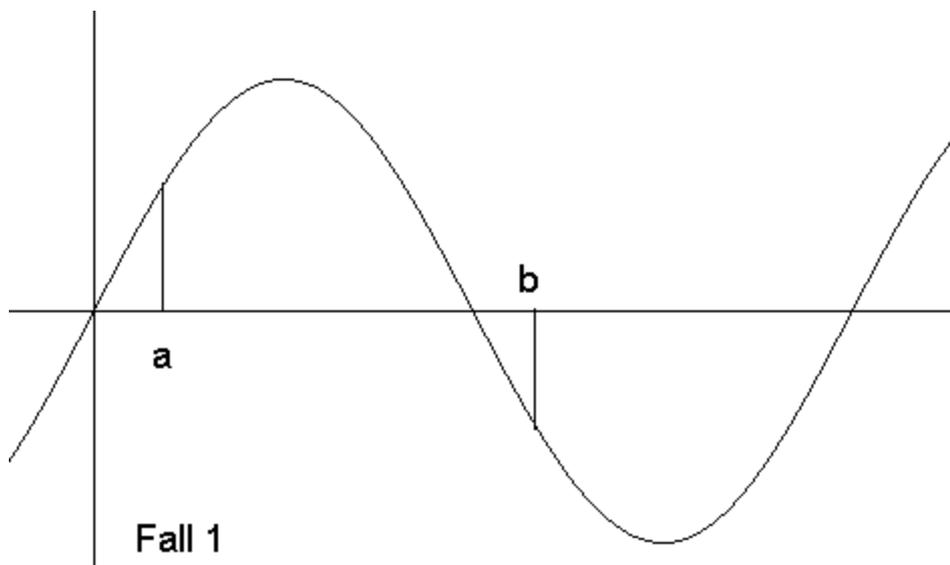
beschrieben.

Die Empfindlichkeit eines Körpers auf die Dosis x wird als die Ableitung $R'(x)$ definiert.

- a. Setzen Sie $a = 0.5$ und $b = 3$ und berechnen Sie die Null- und Extremstellen von R . Skizzieren Sie den Graphen.
- b. (1) Für welchen Dosiswert ist die Reaktion am stärksten?
(2) Wann ist die Empfindlichkeit am stärksten?

Aufgabe 6

In welchen der dargestellten Fälle ist das Integral über die Funktion f in den Grenzen a und b positiv?



Aufgabe 7

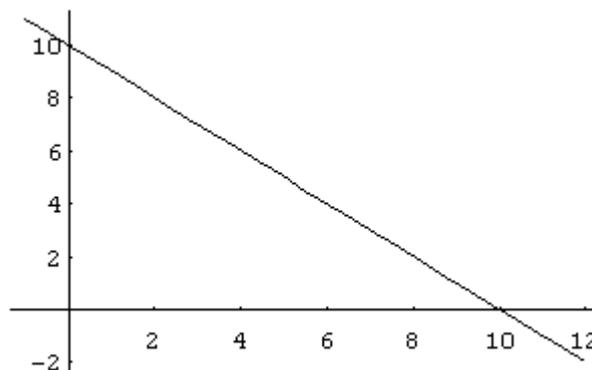
Berechnen Sie die Integrale

$$(1) \int_0^2 (x^3 - 10) dx, (2) \int_{-1}^2 (x-1)(x+2) dx, (3) \int_1^3 \frac{4}{x^2} dx$$

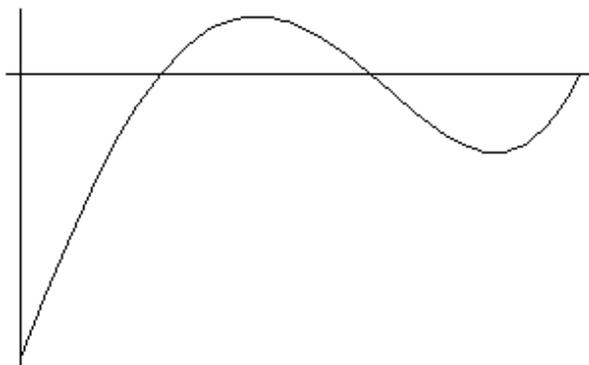
Aufgabe 8

Betrachten Sie den Graphen der Funktion f in der neben-stehenden Skizze. F sei die Stammfunktion mit $F(0)=0$.

- Welchen Wert hat $F(10)$?
- Welchen Wert hat $F(20)$?



Aufgabe 9



Die Skizze zeigt den Graphen einer Funktion f , die für $x > 0$ definiert ist. Die Skalierung der Hochachse ist nicht gegeben. Für die Ableitung gilt:

$$f'(x) = \frac{2}{5}x^3 - \frac{27}{10}x^2 - \frac{24}{5}x + \frac{158}{5}$$

Untersuchen Sie, ob es eine Stelle x_0 gibt mit der Eigenschaft $f'(x_0) \leq -8$.