Aufgabe 1 (Verknotet):

a) Jeder Faden ist 20cm lang und wir müssen 2 cm für jeden Knoten abziehen. $2 \cdot 20$ cm – $2 \cdot 2$cm = 40 cm – 4 cm = 36 cm. Für alle Seiten des Quadrats stehen zusammen also 36 cm zur Verfügung. Da ein Quadrat vier Seiten hat und alle Seiten gleich lang sind, ergibt sich eine Seitenlänge von 9 cm. Denn $4 \cdot 9 = 36$.

b) Für alle drei Dreiecksseiten zusammen stehen wieder 36 cm zur Verfügung. Aus dem Aufgabentext ergibt sich, dass die Seite b einen Zentimeter kürzer ist als die Seite a und die Seite c einen Zentimeter länger ist als die Seite a. Was an der einen Seite abgezogen wird, wird bei der anderen hinzugefügt Wären alle Seiten gleich lang, ergäbe sich eine Seitenlänge von 12 cm, denn $3 \cdot 12 = 36$. Also ist a = 12 cm, b = 11 cm und c = 13 cm. Alle drei Seiten zusammen ergeben 36 cm.

c) Betrachten wir zunächst nur eine Seite:
Für den ersten Faden gibt es 5 Verknüpfungsmöglichkeiten. Nehmen wir dann einen der restlichen vier Fäden, hat man für ihn noch 3 Verknüpfungsmöglichkeiten. Es bleiben noch zwei Fäden übrig, die ohne Wahlmöglichkeit verknotet werden müssen.
Pro Seite gibt es also: $5 \cdot 3 = 15$ Möglichkeiten
Zu jeder Verknüpfung auf der linken Seite gibt es also 15 Knotungsmöglichkeiten auf der rechten Seite, die Paula durchführen kann. Insgesamt sind es $15 \cdot 15 = 225$ Verknüpfungsmöglichkeiten.

d) Auf einer Seite gibt es bei 8 Fäden $7 \cdot 5 \cdot 3 = 105$ Möglichkeiten. Jetzt dürfen wir den Faden auf der anderen Seite mit jedem Faden verknüpfen nur nicht mit dem, mit dem er schon auf der anderen Seite verknüpft ist. Das heißt, wir haben nicht sieben Fäden, sondern nur noch sechs Fäden zur Auswahl. Zu jeder Knotung auf der einen Seite gibt es $6 \cdot 4 \cdot 2 = 48$ Möglichkeiten auf der anderen Seite. Multipliziert man die Anzahlen der linken und rechten Seite wieder miteinander ergeben sich 5040 Möglichkeiten. Gleichzeitig sind es 7! – viele Möglichkeiten.

Aufgabe 2 (Bücher, Bücher):

Ereignis A: die drei Lieblingsbücher von Harro stehen nebeneinander.

$$P(A) = \frac{49! \cdot 3! \cdot 50}{52!} = \frac{1}{442}$$

Aufgabe 3 (Pythagoras' Nachfahren)

Durch Knobeln gewinnt man leicht die ersten Ergebnisse: 50, 65, 85, 125, …
Es folgen als Lösungen weitere Vielfache von 5; das nährt den Verdacht, es könne einen besonderen Grund dafür geben. Gehen wir dieser Idee nach, dann erkennen wir, dass einerseits Quadratzahlen nur die Ziffern 0, 1, 4, 5, 6 oder 9 als Einerziffer besitzen, andererseits die Summe zweier Quadratzahlen auf jede Ziffer unseres Dezimalsystems enden kann (siehe Tabelle 1).

+	0	1	4	5	6	9
0	0	1	4	5	6	9
1		2	5	6	7	0
4			8	9	0	3
5				0	1	4
6					2	5
9						8
		Tab. 1				

Aus dieser Tabelle 1 lassen sich nun die Einerziffern der Basen möglicher Quadratzahlenpaare bestimmen (Tabelle 2):

Endziffer der Summe	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Endziffern der Basen von zwei Quadrat-zahlen	(0,0) (1,3) (1,7) (3,9) (5,5) (7,9)	(0,1) (0,9) (4,5) (5,6)	(1,1) (4,4) (4,6) (6,6) (9,9)	(2,3) (2,7) (3,8) (7,8)	(0,2) (0,8) (3,5) (5,7)	(1,2) (1,8) (2,9) (3,4) (3,6) (4,7) (6,7) (8,9)	(0,4) (0,6) (1,5) (5,9)	(1,4) (1,6) (4,9) (6,9)	(2,2) (2,8) (3,3) (3,7) (7,7) (8,8)	(0,3) (0,7) (2,5) (5,8)
	Tabelle 2									

Bis 1000 gibt es alle zehn Ziffern auf der Einerposition dieser Summen aus zwei Quadratzahlen. Eine anfängliche Übersicht enthält die unten angefügte Tabelle 3, der auch die gesuchten Lösungen (fett gedruckt) entnommen werden können:

$50=1^2+7^2=5^2+5^2, 65=1^2+8^2=4^2+7^2, 85=2^2+9^2=6^2+7^2, 125=2^2+11^2=5^2+10^2,$

$130=3^2+11^2=7^2+9^2, 145=1^2+12^2=8^2+9^2, 170=1^2+13^2=7^2+11^2, 185=4^2+13^2=8^2+11^2,$

$200=2^2+14^2=10^2+10^2,\ 205=3^2+14^2=6^2+13^2,\ 221=5^2+14^2=10^2+11^2$

Σ	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	256	289	324
1	2	5	10	17	26	37	50	65	82	101	122	145	170	197	226	257	290	325
4		8	13	20	29	40	53	68	85	104	125	148	173	200	229	260	293	328
9			18	25	34	45	58	73	90	109	130	153	178	205	234	265	298	
16				32	41	52	65	80	97	116	137	160	185	212	241	272	305	
25					50	61	74	89	106	125	146	169	194	221	250	281	314	
36						72	85	100	117	136	157	180	205	232	261	292	325	
49							98	113	130	149	170	193	218	245	274	305	338	
64								128	145	164	185	208	233	260	289	320	353	usw.
81									162	181	202	225	250	277	306	337	370	
100										200	221	244	269	296	325	356		
121											242	265	290	317	346			
144												288	313	340				
169													338					
196																		
225						Tabelle 3: Summe von zwei Quadratzahlen ROT: doppelt auftretende Summen												
256																		

Aufgabe 4 (Die abergläubische Hexe aus dem bergischen Land)

Hierbei handelt es sich um unsere sog. Scherzaufgabe. Es gibt keine eindeutige Lösung. Die Bewertung erfolgt nach Kreativität im Lösungsansatz.

Eine mögliche Lösung könnte so aussehen:

Ich werde drei Tage vor dir sterben. Nun fürchtete die abergläubische Hexe selbst um ihr Leben und gab den Befehl, besonders gut für Lilo zu sorgen.