

Online - Team Wettbewerb 2008

des Mathe-Treffs
der Bezirksregierung Düsseldorf

Lösungen für die Sekundarstufe I Stufen 5 und 6

Aufgabe 1 (Verknotet):

a) Jeder Faden ist 20cm lang und wir müssen 2 cm für jeden Knoten abziehen.
 $2 \cdot 20 \text{ cm} - 2 \cdot 2 \text{ cm} = 40 \text{ cm} - 4 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$. Für alle Seiten des Quadrats stehen zusammen also 36 cm zur Verfügung. Da ein Quadrat vier Seiten hat und alle Seiten gleich lang sind, ergibt sich eine Seitenlänge von 9 cm. Denn $4 \cdot 9 = 36$.

b) Für alle drei Dreiecksseiten zusammen stehen wieder 36 cm zur Verfügung. Aus dem Aufgabentext ergibt sich, dass die Seite b einen Zentimeter kürzer ist als die Seite a und die Seite c einen Zentimeter länger ist als die Seite a. Was an der einen Seite abgezogen wird, wird bei der anderen hinzugefügt. Wären alle Seiten gleich lang, ergäbe sich eine Seitenlänge von 12 cm, denn $3 \cdot 12 = 36$. Also ist $a = 12 \text{ cm}$, $b = 11 \text{ cm}$ und $c = 13 \text{ cm}$. Alle drei Seiten zusammen ergeben 36 cm.

c) Betrachten wir zunächst nur eine Seite:

Für den ersten Faden gibt es 5 Verknüpfungsmöglichkeiten. Nehmen wir dann einen der restlichen vier Fäden, hat man für ihn noch 3 Verknüpfungsmöglichkeiten. Es bleiben noch zwei Fäden übrig, die ohne Wahlmöglichkeit verknotet werden müssen. Pro Seite gibt es also: $5 \cdot 3 = 15$ Möglichkeiten

Zu jeder Verknüpfung auf der linken Seite gibt es also 15 Knotungsmöglichkeiten auf der rechten Seite, die Paula durchführen kann. Insgesamt sind es $15 \cdot 15 = 225$ Verknüpfungsmöglichkeiten.

Aufgabe 2 (Girls working in the City):

Annahme I: Anne ist Mathematikerin. Da Anna und Anne Nachbarinnen sind (2) und mit dem Auto ins Büro fahren (2), ist Anna weder Architektin(1) noch Bauingenieurin(4). Folglich wäre Anna IT-Managerin. Dies steht allerdings im Widerspruch dazu, dass sich IT-Managerin und Mathematikerin nicht kennen (5). Anne ist also nicht die Mathematikerin.

Annahme II: Anna ist Mathematikerin. Auch diese Aussage führt zum Widerspruch, da hier das Gleiche für Anna wie unter Annahme 1 für Anne gilt.

Annahme III: Antje ist Mathematikerin. Da Anne und Anna mit dem Auto ins Büro fahren (2), handelt es sich bei keiner von beiden um die Bauingenieurin (4). Diese ist also Anja. Anna, die älter als Antje ist(6), ist also entweder Architektin oder IT-Managerin. Da aber die Mathematikerin älter als die Architektin oder die IT-Managerin ist (7), entsteht auch hier ein Widerspruch.

Folglich ist Anja die Mathematikerin. Da Anne und Anna mit dem Auto ins Büro fahren (2), handelt es sich bei keiner von ihnen um die Bauingenieurin (4), diese ist demnach Antje. Da Anne Anja kennt (3), kann sie nicht die IT-Managerin sein (5), und ist somit die Architektin und Anna ist IT-Managerin.

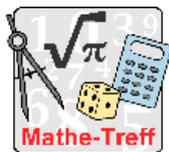
Also:

Anne ist Architektin;

Anna ist IT-Managerin;

Antje ist Bauingenieurin;

Anja ist Mathematikerin.



Online - Team Wettbewerb 2008

des Mathe-Treffs
der Bezirksregierung Düsseldorf

Lösungen für die Sekundarstufe I Stufen 5 und 6

Aufgabe 3 (Abschlussprüfung)

Für ganzzahlige Punktzahlen ergibt sich:

a) Für die drei einfachen Aufgaben gibt es 25 Punkte, wobei jede Aufgabe unterschiedlich viele Punkte wert ist. Mindestens eine Aufgabe muss mit 10 oder mehr Punkten bewertet worden sein, damit sich die Summe 25 ergibt: $(7+8+9 < 25)$. Die Gesamtpunktzahl für die drei schwierigen Aufgaben beträgt 36 Punkte, wobei ebenfalls jede Aufgabe unterschiedlich viele Punkte wert ist. Um die Summe 36 aus drei paarweise verschiedenen Summanden darzustellen, muss mindestens ein Summand kleiner oder gleich 11 sein. Es bleibt also keine mögliche Punktzahl für die 4. Aufgabe über, eine solche Punkteverteilung ist also bei der ausschließlichen Vergabe von ganzen Punkten nicht möglich.

b) Erhält Rufus nun für die drei schwierigsten Aufgaben insgesamt 39 Punkte, so ist eine derartige Punkteverteilung möglich: 39 lässt sich als Summe von 12, 13 und 14 darstellen, die 4. Aufgabe ist demzufolge 11 Punkte wert.

Für nicht ganzzahlige Punktezahlen ergeben sich entsprechende Lösungen mit Dezimalbrüchen.

Aufgabe 4 (Die abergläubische Hexe aus dem bergischen Land)

Hierbei handelt es sich um unsere sog. Scherzaufgabe. Es gibt keine eindeutige Lösung. Die Bewertung erfolgt nach Kreativität im Lösungsansatz.

Eine mögliche Lösung könnte so aussehen:

Ich werde drei Tage vor dir sterben. Nun fürchtete die abergläubische Hexe selbst um ihr Leben und gab den Befehl, besonders gut für Lilo zu sorgen.