Materialien für die „Zentralen Lernstandserhebungen in der Jahrgangsstufe 9“

Sehr geehrte Lehrerinnen und Lehrer,

die Lernstandserhebungen gehen in die zweite Runde. Am 26. Oktober wird es für Ihre Schülerinnen und Schüler so weit sein. Die Lernstandserhebungen werden in Gymnasien, Realschulen und den Erweiterungskursen der Gesamtschulen mit dem gleichen Material durchgeführt. Daher sind die hier vorliegenden Materialien weitestgehend an dieser Schnittmengenvorgabe ausgerichtet.

Mit den Kopiervorlagen möchten wir Sie – wie auch schon im letzten Jahr – bei der Vorbereitung auf die Lernstandserhebungen entlasten. Einerseits geschieht dies durch die Möglichkeit, die Materialien zur Stoffwiederholung einzusetzen und andererseits durch das gewählte Format, das dem der Lernstandserhebungen gleicht (Multiple-Choice-Fragen, Antwortkästen, Begründungen).
Anders als in den Lernstandserhebungen sind die Aufgabenseiten kompakt mit Aufgaben belegt, um Ihnen ein breites Angebot an Übungen anzubieten. Das bedeutet, dass die Schülerinnen und Schüler die Aufgaben im Heft und nicht wie in der Erhebung auf den Arbeitsblättern lösen werden.
In diesem Heft finden Sie:

- Basiswissen zur Stoffwiederholung
  (mit ausführlichen Beispielen und einer Selbstkontrolle)
- Aufgabenblätter
  (im Format der Lernstandserhebungen)
- Lösungen der Aufgaben

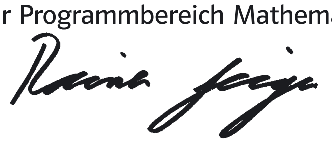
Die Materialien sind auf fünf Themenbereiche konzentriert, die die zentralen Inhalte und Kompetenzen der Klassen 5 bis 8 abdecken. Zusätzlich werden zwei Seiten zu der in diesem Jahr im Mittelpunkt stehenden Kompetenz Problemlösen angeboten. Die Aufgaben zum Problemlösen beschränken sich allerdings nicht auf diese zwei Seiten. Auch die vorangehenden inhaltsbezogenen Aufgabenteile enthalten Aufgaben, die die prozessbezogene Kompetenz des Problemlösens einfordern.

Die Arbeitsblätter können unabhängig voneinander genutzt werden. Sie können durch eine entsprechende Aufgabenauswahl einen Lernzirkel gestalten. Der Schwierigkeitsgrad wurde auf den Aufgabenblättern stark variiert, so dass hier eine Binnendifferenzierung möglich ist.

Wir hoffen, dass die Materialien für Sie ein Gewinn sein werden und wünschen Ihnen und Ihren Schülerinnen und Schülern viel Erfolg bei den diesjährigen Lernstandserhebungen.

Mit freundlichen Grüßen

Ihr Programmbereich Mathematik



Sie können die Materialien auch im Internet unter www.klett.de herunterladen.

*Informationen zum Thema und kommentierte Aufgabenbeispiele finden Sie unter:
http://www.learn-line.nrw.de/angebote/lernstand9*

Zuordnungen – Zusammenhänge erkennen und beschreiben

Obstpreis und Obstgewicht, Waldbestand und Sauerstofferzeugung oder der Wechselkurs von Dollar und Euro lassen sich durch Zuordnungen beschreiben – sie hängen jeweils voneinander ab. Hat man einen Zusammenhang erkannt und kann diesen beschreiben, kann man viele weit reichende Fragestellungen in den Griff bekommen.

Basiswissen

Vervollständige den Text mit den nebenstehenden Begriffen (Lösungswort). Ordne den Texten dann die Beispielnummern zu und schreibe sie in die Kästen ☐.

Graphen	*L*
Größe	*W*
Hälfte	*E*
Halbgerade	*S*
Hyperbel	*E*
Produkte	*G*
proportionaler	*N*
proportionalen	*U*
Quotienten	*M*
Rechenschema	*U*
Tabellen	*E*
umgekehrt	*L*
Vielfache	*G*
zugeordnet	*T*

Zuordnungen
Bei einer Zuordnung gehört zu jeder __________ aus einem ersten Bereich eine Größe aus einem zweiten Bereich. Zuordnungen können dargestellt werden mithilfe von __________, durch Rechenvorschriften (Zuordnungsvorschriften) oder ganz anschaulich mit __________ . ☐

Proportionale Zuordnungen
Wird dem 2fachen (3fachen, 4fachen, …) der ersten Größe das 2fache (3fache, 4fache, …) der zweiten Größe __________ , spricht man von einer __________ Zuordnung. Bei ihr sind die __________ zugeordneter Werte gleich. Der Graph einer proportionalen Zuordnung ist eine __________, die im Punkt (0|0) beginnt. ☐

Antiproportionale Zuordnungen
Bei einer antiproportionalen Zuordnung gehört zu dem 2fachen (3fachen, 4fachen, …) der ersten Größe die __________ (der 3. Teil, der 4. Teil, …) der zweiten Größe. Die __________ einander zugeordneter Werte sind gleich. Der Graph ist eine __________. Man spricht oft auch von einer __________ proportionalen Zuordnung. ☐

Dreisatz
Der Dreisatz ist ein __________ , das bei vielen Aufgabenstellungen verwendet wird. Dabei muss unterschieden werden, ob ein __________ oder ein antiproportionaler Zusammenhang vorliegt. Die Grundidee beim Dreisatzrechnen ist, zuerst auf die Einheit zu schließen und dann auf das __________ dieser Einheit.
Proportionaler Zusammenhang: ☐ Antiproportionaler Zusammenhang: ☐

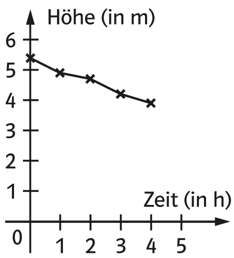
Beispiele

1 Ein Schwimmbad wird von drei Pumpen in 15 Stunden leer gepumpt. Wie lange benötigen fünf Pumpen?
3 Pumpen benötigen zum Entleeren 15 h
1 Pumpe benötigt zum Entleeren 15 h · 3 = 45 h

2 Mark bezahlt für 4 kg Äpfel 6 Euro.
Wie viel muss Marlene für 7 kg Äpfel bezahlen?
4 kg Äpfel kosten 6 Euro
1 kg Äpfel kostet 6 Euro : 4 = 1,50 Euro
7 kg Äpfel kosten 7 · 1,50 Euro = 10,50 Euro

3 Nach einem Hochwasser nimmt der Wasserstand eines Flusses kontinuierlich ab.

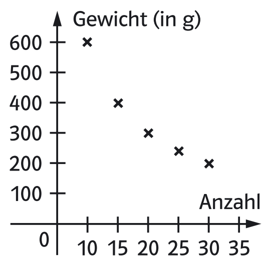
Zeit (in h)	0	1	2	3	4
Höhe (in m)	5,4	4,9	4,7	4,2	3,9



4 Beim Portionieren von 6 kg Nüssen ist die Zuordnung Gewicht einer Portion → Anzahl der Portionen antiproportional.

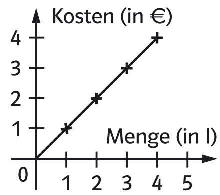
Anzahl	10	15	20	25	30	40
Gewicht	600	400	300	240	200	150

10 · 600 = 15 · 400 = … = 6000
(Produktgleichheit)



5 Beim Tanken ist die Zuordnung Benzin in l → Kosten in Euro proportional

l	0	1	2	3	4
Euro	0	1,12	2,24	3,36	4,48

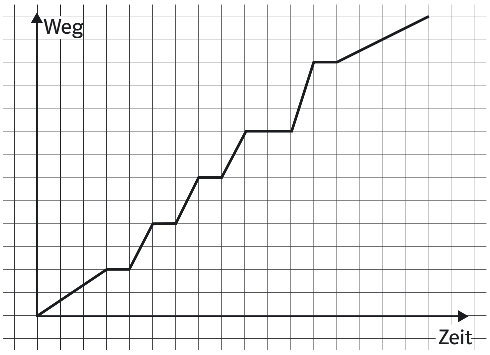


1 : 1,12 = 2 : 2,24 = … = 0,89 (Quotientengleichheit)

Lösungswort: ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

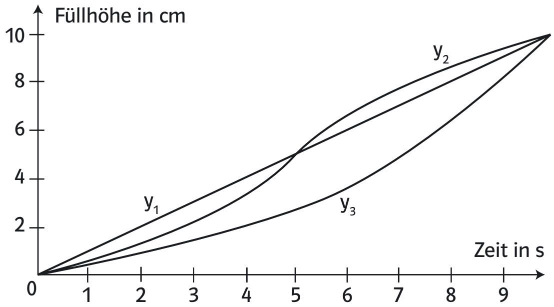
Aufgaben – Zuordnungen

1 Tinas Schulweg: Von ihrer Wohnung geht sie zur Bushaltestelle, wartet kurz, steigt ein, an der Haltestelle Schlossplatz steigt sie aus, wartet auf Vera und geht mit ihr bis zur Schule.
Das Schaubild zeigt diese Bewegungsgeschichte.

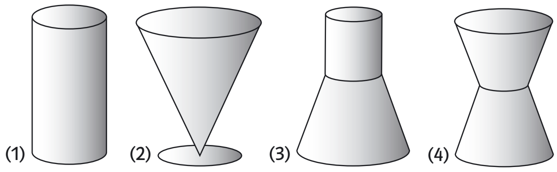


Tina ist ☐ Haltestellen weit gefahren.

2 Die Graphen stellen die Zuordnung Zeit → Füllhöhe für die unten abgebildeten Gefäße dar, wenn sie durch einen gleichmäßigen Zustrom gefüllt werden.



a) Welcher Graph gehört zu welchem Gefäß?



☐ ☐ ☐ ☐

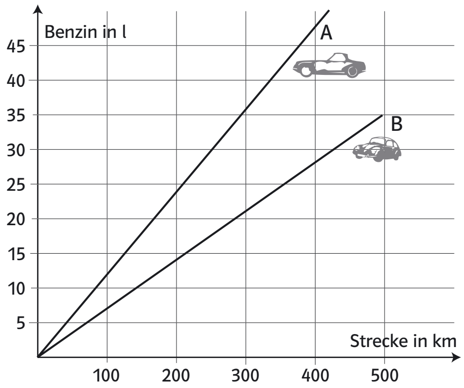
b) Zu einem Gefäß ist kein Graph gezeichnet. Skizziere den Verlauf des zugehörigen Graphen.

3 Ein Auto verbraucht auf 100 km umso mehr Kraftstoff, je höher seine Geschwindigkeit ist. Das liegt an dem immer stärker anwachsenden Luftwiderstand. In der Tabelle findest du einige Werte.

Geschwindigkeit (km/h)	40	80	120	160
Verbrauch (l/100 km)	6,8	8,0	10,9	15,5

a) Übertrage die Werte in ein Schaubild und verbinde die Punkte durch eine Kurve.
b) Lies aus dem Schaubild die ungefähren Verbrauchswerte für 60 km/h, 100 km/h und 140 km/h ab.
c) Um wie viel erhöht sich der Verbrauch, wenn sich die Geschwindigkeit von 40 km/h auf 80 km/h bzw. von 120 km/h auf 160 km/h erhöht?

4 Im Schaubild ist der unterschiedliche Benzinverbrauch von zwei Autos dargestellt.



a) Für 250 km Fahrstrecke braucht Auto A ☐ l Benzin und Auto B ☐ l.
b) Der Unterschied im Verbrauch bei einer Strecke von 400 km beträgt ☐ l.
c) Mit 30 l kann Auto A ☐ km und Auto B ☐ km weit fahren.
d) Ergänze das Schaubild für ein Supersparauto, das 3,2 l/100 km verbraucht, und beantworte die Fragen a) – c).

5 Ergänze die fehlenden Werte in den Tabellen.

a)

Länge	Preis
9 m	63 €
6 m	42 €
18 m	
	105 €

b)

Anzahl	Zeit
12	9 h
3	36 h
	27 h
9	

c)

Anzahl	Gewicht
72	9 kg
48	6 kg
112	
	20 kg

d)

Länge	Breite
15 cm	6 cm
18 cm	5 cm
12 cm	
	20 cm

6 Ein Buch hat 380 Seiten und auf jeder Seite 32 Zeilen. Ein Buch mit gleichem Inhalt und gleicher Schriftgröße, das auf jeder Seite 28 Zeilen hat, muss dann ☐ Seiten lang sein.
Wenn es auf jeder Seite 36 Zeilen hätte, müsste es über ☐ Seiten verfügen.

7 Eine Schule hat ein Kopiergerät gemietet. Für dieses „Leasing“ bezahlt sie monatlich einen Festbetrag von 50 €. Zusätzlich muss sie für Papier und Wartung des Geräts pro angefertigte Kopie zwei Cent bezahlen. Die Schule fertigt im Monat durchschnittlich 5000 Kopien an.
a) Die monatlichen Kopierkosten betragen ☐.
b) Eine Kopie kostet ☐.
c) Müsste die Schule bei monatlich doppelter Kopienanzahl auch mit den doppelten Kosten rechnen? Begründe.

Prozente und Zinsen – Relativ wenig kann viel sein

Der Urlaub war wunderschön, nur jetzt ist das Konto überzogen. Der anfallende Zins ist hoch und es dauert noch einige Tage, bis das neue Gehalt überwiesen wird.

Basiswissen

Vervollständige den Text mit den nebenstehenden Begriffen. Du erhältst ein Lösungswort.
Ordne den Texten die Beispiele zu. ☐

12	*E*
360	*N*
Dezimalbrüche	*E*
Dreisatz	*A*
Fachbegriffen	*I*
Kapital	*Z*
p %	*R*
p	*H*
Prozent	*K*
Prozentkreis	*I*
relativen Vergleich	*H*
Säulendiagramm	*D*
Vergleich	*T*
Zins	*Ä*

Prozente und Darstellung von Prozenten

p ______________ bedeuten $\frac{p}{100}$ $\frac{p}{100}$ = _____ (Prozentschreibweise)
Alle Prozentangaben lassen sich als ________________________ schreiben. ☐
Man kann Prozente auf unterschiedliche Weise grafisch darstellen:
Prozentstreifen, ______________________________, ____________________. ☐

Vergleiche mit Prozenten

Teilmengen kann man auf zwei Arten vergleichen. Beim absoluten _______________ werden die Zahlen- oder Größenangaben direkt miteinander verglichen. Beim ___________________ _________ werden die Anteile miteinander verglichen. ☐

Rechnen mit Prozenten

Prozentsatz p % — $\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$ ☐
Prozentwert W — $W = \frac{p}{100} \cdot G$ ☐
Grundwert G — $G = W \cdot \frac{100}{p}$ ☐

Durch Äquivalenzumformungen kann man aus einer Formel die anderen erhalten. Statt den obigen Gleichungen kann man auch den _______________ zur Lösung von Prozentaufgaben benutzen. ☐

Zinsrechnung

Zinsrechnung ist Prozentrechnung im Bankwesen mit eigenen ______________. Hier spielt die Zeitdauer eine wichtige Rolle.

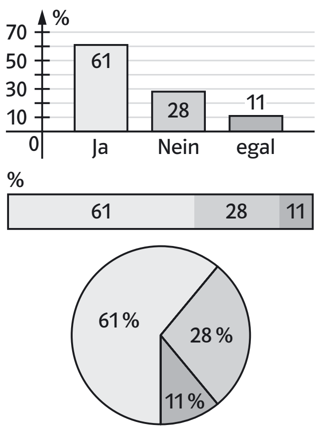
Prozentrechnung:	Grundwert G	Prozentwert W	Prozentsatz p %
Zinsrechnung:	_________ K	__________ Z	Zinssatz ____ %

Für eine Zeitspanne unter einem Jahr muss man den Zins für ein Jahr mit dem entsprechenden Zeitfaktor multiplizieren. Üblicherweise geht man von 30 Tagen pro Monat und damit ______ Tagen pro Jahr aus.
Zeitfaktor t = m/____ (m Anzahl Monate) oder t = d/360 (d Anzahl Tage) ☐

Zinsen = Jahreszins · Zeitfaktor = $\frac{\textit{Kapital} \cdot \textit{Zinssatz}}{100}$ · Zeitfaktor kurz: $Z = \frac{K \cdot p}{100} \cdot t$ ☐

Beispiele

1 Umfrage an der Schule:
61 Ja – 28 Nein – 11 egal



2 4 Monate: $t = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$
85 Tage: $t = \frac{72}{360} = 0{,}2$

3 $81\,\% = \frac{81}{100} = 0{,}81$
$7{,}5\,\% = \frac{7{,}5}{100} = \frac{75}{1000} = 0{,}075$

7 23,56 € sind 31 % eines Guthabens. Wie hoch ist es?

1. Lösung mit Formel	2. Lösung mit Dreisatz
W = 23,56 €, p % = 31 %	31 % sind 23,56 €
G = ? $G = \frac{W \cdot 100}{p}$	1 % sind $\frac{23{,}56}{31}$ €
$G = \frac{23{,}56\,€ \cdot 100}{31} = 76\,€$	100 % sind $\frac{23{,}56}{31} \cdot 100$ €

Das Guthaben beträgt 76 €.

4 Ein Konto wurde um 640 € überzogen, der Jahreszins beträgt 12,5 %. Der Kredit wird nach 23 Tagen bezahlt. Wie teuer ist er?
$Z = 640 \cdot \frac{12{,}5}{100} \cdot \frac{23}{360} = 5{,}11\,€$
Es sind 5,11 € Zinsen zu zahlen.

6 Von 800 Schuhen in einem Schuhladen sind 152 Sandalen. Wie groß ist deren Anteil?
$\frac{p}{100} = \frac{P}{G} = \frac{152}{800} = \frac{19}{100} = 19\,\%$

5 Klasse 8 a: 14 J und 18 M; Klasse 8 b: 13 J und 13 M
Es gibt absolut gesehen mehr Jungen in der 8a (14 > 13), der relative Anteil ist in der 8 b höher.
8 a: $\frac{14}{32} = 0{,}4375 \approx 44\,\%$; 8 b: $\frac{13}{26} = \frac{1}{2} = 50\,\%$

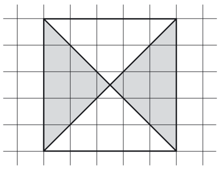
8 15 % Anzahlung für ein Auto betrugen 1800 €. Was kostet es?
$G = \frac{P \cdot 100}{p} = \frac{1800 \cdot 100}{15} = 12000$. Das Auto kostet 12000 €.

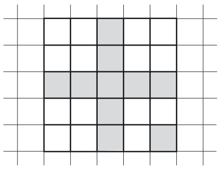
9 17 % aller 200 Pakete gingen verloren.
$W = \frac{17}{100} \cdot 200 = 34$. Das sind 34 Pakete Verlust.

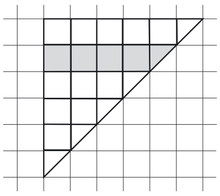
Lösungswort: ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

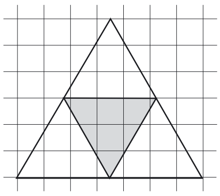
Aufgaben – Prozente und Zinsen

1 Gib die Anteile in Prozent an.

a)  ☐

b)  ☐

c)  ☐

d)  ☐

2

☐ %   ☐ %

Im ____________________ Eimer ist der Anteil der Gewinne größer.

3 Fruchtgetränke enthalten eine gesetzlich vorgeschriebene Mindestmenge an Fruchtsaft.

Fruchtgetränke
(Mindestgehalt an reinem Fruchtsaft)

Fruchtsaft   Nektar   Fruchtsaftgetränk   Fruchtlimonade

a) Ein Fruchtgetränk mit einem Fruchtanteil von $\frac{1}{4}$ $\left(\frac{2}{9}; \frac{3}{7}\right)$ heißt ____

b) Wie viel ml reiner Fruchtsaft sind jeweils in einer 1 l-Flasche (750 ml-; 1,5 l-Flasche) mindestens enthalten?

4 Ein Pullover besteht zu 50 % aus Baumwolle, zu 30 % aus Acrylfaser. Der Rest ist Wolle.

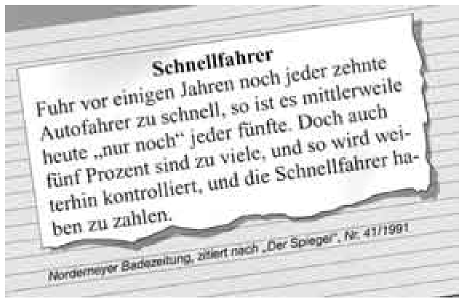
a) Beate hat 800 g Material verarbeitet, nämlich ☐ g Baumwolle, ☐ g Acrylfaser und ☐ g Wolle.

b) Ein Pullover aus dem gleichen Material, der 180 g Wolle enthält, wiegt ☐ g.

5 Beim Lottospiel werden bundesweit rund 80 Mio. € von den Spielern eingesetzt. 50 % werden als Gewinne ausgeschüttet. Der Rest wird unter anderem zur Förderung des Sports, der Kultur und sozialer Einrichtungen verwendet.
Berechne, wie sich die 40 Mio. € Gewinne auf die verschiedenen Gewinnklassen verteilen.

Gewinnklasse		Gewinn	
		in %	in €
I	6 + Superzahl	4	
II	6 Richtige	12	
III	5 + Superzahl		2,4 Mio.
IV	5 Richtige	20	
V	4 Richtige		8 Mio.
VI	3 + Zusatzzahl	14	
VII	3 Richtige		9,6 Mio.

6 Was stimmt hier nicht? Begründe!


Schnellfahrer
Fuhr vor einigen Jahren noch jeder zehnte Autofahrer zu schnell, so ist es mittlerweile heute „nur noch" jeder fünfte. Doch auch fünf Prozent sind zu viele, und so wird weiterhin kontrolliert, und die Schnellfahrer haben zu zahlen.
Nordemeyer Badezeitung, zitiert nach „Der Spiegel", Nr. 41/1991

7 Vergleiche die Angebote. Welches ist günstiger?

8 Sandras Eltern möchten ihrer Tochter einen Computer kaufen, der für einen Barpreis von 849,00 € angeboten wird. Das Ratenkaufangebot lautet:
12 Monatsraten zu 74,00 €.
a) Vergleiche Barpreis und Ratenkaufpreis.
b) Um wie viel Prozent ist der Ratenkauf teurer als der Barkauf?

9 Für drei Kredite werden im ersten Jahr folgende Zinsen gezahlt:
2100 € für den Kredit mit p % = 8,5 %
900 € für den Kredit mit p % = 12 %
2500 € für den Kredit mit p % = 9 %.
Wie hoch ist die gesamte Kreditsumme?

Terme und Gleichungen – Mit dem Unbekannten rechnen

Alles Zauberei? Notiere eine beliebige natürliche Zahl auf einem Zettel und setze dich auf diesen. Addiere diese und die beiden folgenden Zahlen. Sage mir dein Ergebnis und ich sage dir, auf welcher Zahl du sitzt.
Um solche Tricks zu verstehen und Probleme des Alltags zu lösen, stellt man Terme und Gleichungen auf.

Basiswissen

Vervollständige den Text mit den nebenstehenden Begriffen (Lösungswort). Ordne den Texten dann die Beispielnummern zu und schreibe sie in die Kästen ☐.

$a^2 - b^2$	*G*
$-2ab$	*N*
$+2ab$	*U*
Äquivalenzumformungen	*E*
binomische Formeln	*H*
binomischen Formeln	*C*
Faktorisieren	*R*
Gleichartige	*A*
Lösungen	*F*
mit Variable	*E*
multipliziert	*R*
Probe	*K*
Probieren	*S*
Rechenausdrücke	*Ü*
Termwerte	*E*
ungleich Null	*F*
Variablen	*B*
Verschiedenartige	*S*
wahre Aussage	*T*

Terme

Terme sind ____________, in denen Zahlen, Variablen und Rechenzeichen vorkommen können. Ersetzt man die __________ durch Zahlen, lassen sich __________ berechnen. ☐

Terme umformen

Durch Anwenden von Rechengesetzen kann man einen Term in einen gleichwertigen Term umformen. z.B. Distributivgesetz: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ und $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$

- Im Distributivgesetz werden Klammern aufgelöst. Die umgekehrte Richtung, d.h. Klammern zu setzen und einen Faktor herauszuziehen, nennt man __________. ☐
- Zwei Summen werden ausmultipliziert, indem man jeden Summanden der ersten Summe mit jedem Summanden der zweiten Summe __________.
  $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ ☐
- __________ Terme wie 5x, 6x oder 9x lassen sich beim Addieren oder Subtrahieren zusammenfassen. __________ dagegen nicht. ☐
- Treten in einem Produkt oder Quotienten Zahlen und Variablen auf, so werden Zahlen und Variablen getrennt multipliziert bzw. dividiert. ☐
- Die __________ dienen zum Vereinfachen von Termen und werden als Rechenstrategie genutzt. Es gibt drei __________:
  $(a+b)^2 = a^2$ _____ $+ b^2$ $(a-b)^2 = a^2$ _____ $+ b^2$ $(a+b)(a-b) =$ _____ ☐

Gleichungen lösen

Einfache Gleichungen kann man durch systematisches __________ lösen
Meist löst man Gleichungen aber mithilfe von __________.

Äquivalenzumformungen

Eine Umformung einer Gleichung, bei der alle __________ erhalten bleiben und keine neuen Lösungen hinzukommen, heißt Äquivalenzumformung.
Beim Lösen einer Gleichung verwendet man folgende Äquivalenzumformungen:
- Vereinfachen der Terme auf beiden Seiten durch Termumformungen (s.o.)
- Beidseitige Addition oder Subtraktion einer Zahl oder eines Terms
- Beidseitige Multiplikation oder Division mit einer Zahl __________.

Dabei bringt man alle Terme __________ auf eine Seite und alle ohne auf die andere Seite. ☐

Zur Kontrolle des Ergebnisses kann man eine __________ machen. Dazu ersetzt man die Variable mit dem berechneten Ergebnis und überprüft, ob man eine __________ erhält. ☐

Beispiele

1
$8x - 5 + 3x = 27 + x - 2$
$11x - 5 = 25 + x \quad |-x$
$10x - 5 = 25 \quad |+5$
$10x = 30 \quad |:10 \neq 0$
$x = 3$

3
$5x + 6x = 11x$
$7a^2 + 8a^2 - 10a^2 = 5a^2$
$8x + 5y - 3x + 2y = 5x + 7y$
$a^2 + 2a$ kann nicht vereinfacht werden

6
$8x - 5 + 3x = 27 + x - 2$;
$x = 3$ einsetzen ergibt:
$8 \cdot 3 - 5 + 3 \cdot 3 = 27 + 3 - 2$
$28 = 28$ ist eine wahre Aussage, also ist das Ergebnis richtig!

5
$7x \cdot 3y = 21xy$
$10xy : 2 = 5xy$
$56a^2 : (-7) = -8a^2$

2
$(3a + b)(3a - b) = 9a^2 - b^2$
$(4x - 3y)^2 = 16x^2 - 24xy + 9y^2$

4
$7a + 7c = 7(a + c)$
$27ab^2 + 18b^2c^2 = 9b^2 \cdot (3a + 2c^2)$

7
$3 \cdot (x - 2)$ für $x = 5$
$3 \cdot (5 - 3) = 3 \cdot 2 = 6$

8
$(7 + x) \cdot (y + 4) = 7 \cdot y + 7 \cdot 4 + x \cdot y + x \cdot 4$
$= 4x + 7y + xy + 28$

Lösungswort: ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

Aufgaben – Terme und Gleichungen

1 a) Kreuze die richtigen Antworten an: Aus einem 48 cm langen Draht lassen sich Rechtecke biegen mit den Seitenlängen

☐ 6 cm und 18 cm
☐ 8 cm und 20 cm
☐ 15 cm und 5 cm
☐ 12 cm und 12 cm

b) Stelle eine Gleichung für den Sachverhalt aus a) auf:

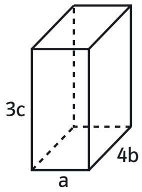
2 Um die zerstörende Wirkung des Aufpralls bei einem Unfall zu zeigen, werden manchmal Autos von einem Kran hochgehoben und aus einer bestimmten Höhe fallengelassen. Soll die Geschwindigkeit des frei fallenden Autos beim Aufprall x km/h betragen, so muss man das Auto $\frac{1}{260} \cdot x^2$ m hochheben.

Berechne die Höhen bei folgenden Aufprallgeschwindigkeiten (bitte ohne Taschenrechner!):

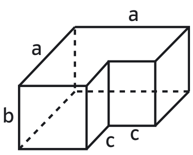
26 km/h   52 km/h   78 km/h   104 km/h

3 Gib jeweils einen möglichst einfachen Term für die Summe der Kantenlängen und für die Oberfläche an.

a)



b)



Kantenlängen

Oberfläche

Kantenlängen

Oberfläche

4 Vereinfache den Term.

a) $19x + 22x : 2$

b) $10x + 12y + 4x \cdot 0{,}5$

c) $96{,}7 - 123ax + 123ax + 4{,}3$

d) $\frac{1}{4}x \cdot 8y - xy$

5 Beim Vereinfachen des links stehenden Terms der Gleichung wurden Fehler gemacht. Suche die Fehler und vereinfache den Term dann richtig.

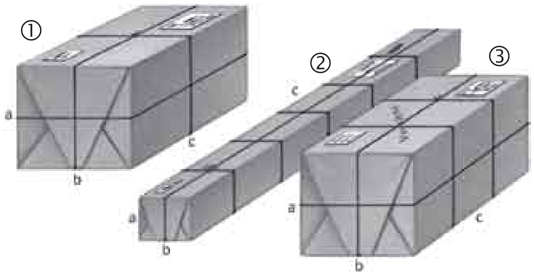
a) $3x - x = 3$

b) $10k - 8k \cdot \frac{1}{2} = k$

c) $5a + 5b = 10a + b$

d) $5 \cdot 4x + 6x \cdot 2 = 100x$

6



Drei Pakete sollen wie in der Abbildung unterschiedlich verschnürt werden. Bezeichnet man die Höhe mit a, die Breite mit b und die Länge mit c, so lässt sich die benötigte Länge der Paketschnur (ohne Knoten) mit Termen ausdrücken. Ordne jedem Term die richtige Verpackung zu:

$6a + 6b + 4c$

$4a + 4b + 4c$

$12a + 10b + 2c$

7

Eine dünne, 24 cm lange Kerze wird in jeder Stunde Brenndauer um 1 cm kürzer. Eine dicke, 15 cm lange Kerze nimmt bei jeder Stunde Brenndauer 0,4 cm ab. Beide Kerzen werden zugleich angezündet.

Beide Kerzen sind nach ☐ Stunden gleich lang, nämlich ☐ cm.

8 Für eine Taxifahrt bezahlt man pro gefahrenem Kilometer 1,40 € plus eine Grundgebühr von 2,20 €.

a) Stelle einen Term auf, mit dem du den Fahrpreis für verschiedene Strecken berechnen kannst.

b) Berechne mithilfe deines Terms die Fahrpreise für die Strecken in der Tabelle:

Strecke (km)	2	5	8,5	10	15,5
Preis (€)					

c) Welche Strecke kann man fahren mit einem Geldbetrag von

6,40 € ;

12 € ;

19 € ?

d) Kann ein Taxi im Stau nicht weiterfahren, dann muss man pro Warteminute 0,40 € zahlen. Stelle einen Term für eine 12 km lange Strecke mit 5 Stauminuten auf und berechne mit ihm den Fahrpreis.

Term:

Fahrpreis:

Geometrie – über Raum und Form nachdenken

An Gebäuden, auf Plätzen oder im Haushalt kann man Figuren und Formen erkennen. Ganz einfache wie Dreiecke, Vierecke oder Quader und komplizierte, die schwer zu erfassen sind. Wer aber die einfachen Figuren und Formen und ihre Eigenschaften gut kennt, der wird sie auch in komplizierten Figuren und komplexeren Situationen wieder erkennen – und kann dann solche Fälle beschreiben und lösen.

Basiswissen

Vervollständige den Text mit den nebenstehenden Begriffen (Lösungswort). Ordne den Texten dann die Beispielnummern zu und schreibe sie in die Kästen □.

allgemeines	*T*
eingeschlossenen	*S*
Flächeninhalt	*O*
Flächeninhalt	*P*
gleichschenkliges	*L*
gleichseitiges	*A*
kongruent	*N*
längeren	*C*
Mittelsenkrechten	*E*
Parallelogramm	*K*
Quadrat	*R*
Raute	*Ö*
rechtwinkliges	*P*
Schenkeln	*H*
Trapez	*R*
Volumen	*R*
Winkeln	*I*
Zerlegen	*E*

Dreiecke

Die Übersicht zeigt verschiedene Dreiecke.

__________ Dreieck __________ Dreieck __________ Dreieck __________ Dreieck

Der __________ lässt sich mithilfe von Grundseite und zugehöriger Höhe berechnen. □

Dreiecke konstruieren – kongruente Dreiecke

Zwei Dreiecke sind __________ oder deckungsgleich, wenn sie übereinstimmen in
- drei Seiten (sss)
- einer Seite und den zwei anliegenden ________ (wsw)
- zwei Seiten und dem __________ Winkel (sws)
- zwei Seiten und dem Winkel, der der ________ Seite gegenüberliegt (Ssw)

Solche Dreiecke können durch die jeweiligen Vorgaben eindeutig konstruiert werden. □

Besondere Linien

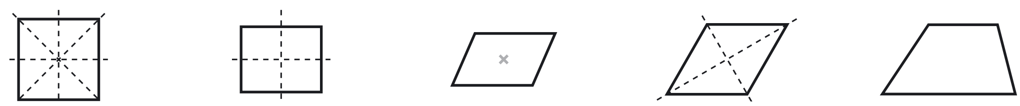
Auf der Winkelhalbierenden liegen die Punkte, die von den __________ des Winkels den gleichen Abstand haben. □

Ein Punkt auf der __________ einer Strecke hat den gleichen Abstand zu den beiden Endpunkten der Strecke. □

Vierecke und ihre Symmetrien

Die Übersicht zeigt einige spezielle Vierecke und ihre Symmetrieachsen.

__________ Rechteck __________ __________ __________



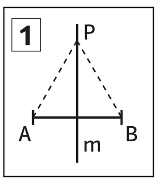
Der __________ eines Parallelogramms ist das Produkt einer Seite und der zugehörigen Höhe.

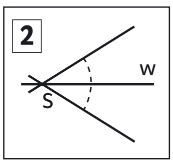
Der Flächeninhalt von komplizierten Vielecken wird durch __________ in einfache Teilfiguren bestimmt. □

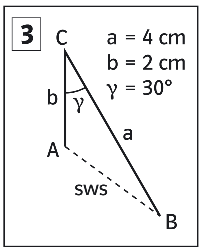
Prismen

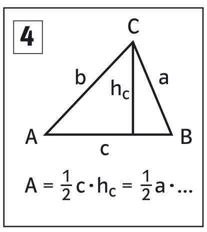
Das __________ eines Prismas ist das Produkt aus Grundfläche G und Körperhöhe h: $V = G \cdot h$. Der Oberflächeninhalt ist die Summe der Außenflächeninhalte. □

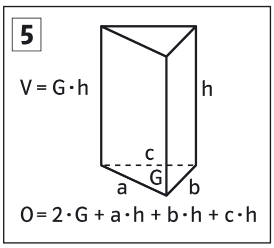
Beispiele

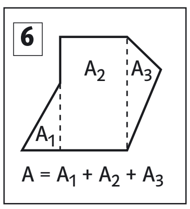










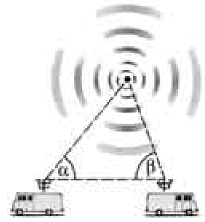


Lösungswort: ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___   ___ ___ ___ ___ ___ ___

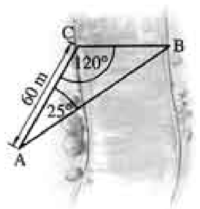
Aufgaben – Geometrie

1 a) Zeichne ein Dreieck mit den Seitenlängen $b = 8\,cm$, $c = 7\,cm$ und $\alpha = 40°$.
b) Zeichne ein Dreieck mit einem Flächeninhalt von $25\,m^2$. Zeichne ein zweites Dreieck mit gleicher Grundseite, dessen Fläche aber nur halb so groß ist und das nicht innerhalb des ersten Dreiecks liegt.

2 Zwei Peilwagen orten einen Sender. Dazu messen sie die Entfernung zueinander und die beiden Winkel zum angepeilten Sender. Ist damit der Sender eindeutig zu finden? Begründe.

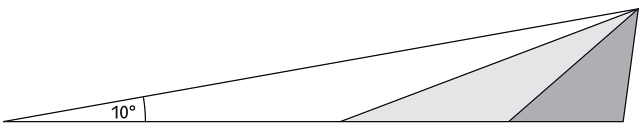


3 Um die Breite eines Flusses zu bestimmen, kann man von einem Punkt A aus die Punkte B und C anpeilen. Die Peilung hat nebenstehende Werte ergeben. Ermittle die Flussbreite.

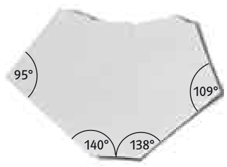


4 Sind Dreiecke mit gleicher Grundseite und gleicher Höhe immer kongruent? Begründe.

5 Alle drei Dreiecke sind gleichschenklig. Welche Winkelsumme ergibt sich am gemeinsamen Eckpunkt rechts oben?



6 Vom Dreieck wurden zwei Ecken abgeschnitten, eine wurde sogar abgerissen. Wie groß war dort der Winkel?



7 Welches Viereck könnte hier gemeint sein? Manchmal gibt es mehrere Möglichkeiten.
a) Dieses Viereck hat vier rechte Winkel und je zwei zueinander parallele Seiten.

b) Dieses Viereck hat keinen rechten Winkel, aber zwei Paare zueinander paralleler Seiten.

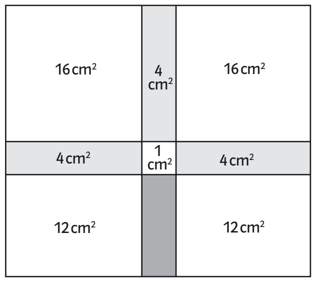
c) Alle vier Seiten dieses Vierecks sind gleich lang.

d) Dieses Viereck hat vier gleich lange Seiten, aber keinen rechten Winkel.

e) Die Diagonalen dieses Vierecks sind gleich lang.

f) Die Diagonalen dieses Vierecks halbieren einander.

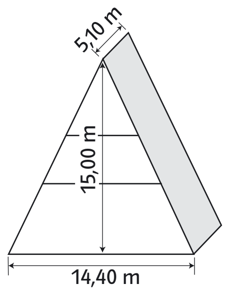
8 Das große Rechteck besteht aus verschiedenen Rechtecken, von denen jeweils der Flächeninhalt angegeben ist.
a) Das große Rechteck hat einen Flächeninhalt von ☐ cm^2.
b) Sein Umfang beträgt ☐ cm.



9 Zwei neue Straßen müssen quer durch eine Wiese geführt werden.

Durch den Bau der Straßen gehen ☐ m^2 der Wiesenfläche verloren.

10 Firmen haben manchmal auffällige Eingangsbereiche. Wie groß ist der umbaute Raum des Eingangsbereiches des abgebildeten Baumarktes?



11 Milch wird vielfach in Pappverpackungen mit einer speziellen Beschichtung auslaufsicher und lebensmittelecht gemacht.
a) Wie viel Milliliter Milch enthält die abgebildete Packungsgröße vermutlich? Erkläre das „krumme" Ergebnis deiner Berechnung.

b) Getränkeverpackungen werden in der Regel aus riesigen Materialrollen ausgestanzt. Genau zehn Verpackungen für 250 ml werden nebeneinander auf einer Rolle gefertigt. Aus der gesamten Rolle entstehen rund 120 000 Verpackungen. Jede dieser Verpackungen wird aus einer rechteckigen Fläche von 21,9 cm Breite und 18,6 cm Länge ausgestanzt. Sie wiegt ungefähr 15 g. Wie lang muss die Rolle mindestens sein? Berechne die ungefähre Fläche der Rolle. Gib das Gewicht der Rolle an.
c) Welche Flüssigkeitsmenge kann verpackt werden?

Stochastik – mit Daten und Zufall arbeiten

Manches passiert immer wieder, mit unvorhersagbarem Ausgang. Z. B. fällt ein Frühstücksbrot auf die Marmeladenseite oder … Solche Missgeschicke können als Zufallsexperimente beschrieben werden, damit man Fragen dazu beantworten kann: Wenn man viele Brote fallen lässt, wie viele fallen auf die Marmeladenseite? Was kann man aus den erhobenen Daten schließen?

Basiswissen

Vervollständige den Text mit den nebenstehenden Begriffen (Lösungswort). Ordne den Texten dann die Beispielnummern zu und schreibe sie in die Kästen ☐.

absolute Häufigkeiten	*L*
arithmetische Mittel	*A*
Kreis-diagrammen	*F*
Laplace-Versuch	*L*
Mitte	*Z*
Rangliste	*L*
relative Häufigkeit	*E*
Relative Häufigkeiten	*U*
Schätzung	*L*
Urlisten	*A*
Zentralwert	*S*

Daten

Daten werden in ____________ gesammelt.

Wird die Urliste der Größe nach geordnet, erhält man eine ______________. ☐

Oft verwendet man auch Häufigkeitslisten, in denen ____________________ ____________________ angegeben sind. ☐

Die ____________________ ist der Anteil, den eine absolute Häufigkeit an der Gesamtzahl (am Umfang der Erhebung) hat. ☐

Der **Median** (____________________) liegt in der ___________ der Rangliste. ☐

______________________________ werden oft in ______________________________ dargestellt.

Die Gesamtzahl wird durch den Vollkreis mit 360° dargestellt. Die Größe der Kreisausschnitte ist proportional zu den zugehörigen relativen Häufigkeiten. ☐

Das ______________________________ : $\overline{m} = \frac{\text{Summe aller Ergebniswerte}}{\text{Umfang der Erhebung}}$ ☐

Zufall

Ein Zufallsversuch, bei dem alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind, wird ______________________________ genannt. Die Wahrscheinlichkeit für eines dieser Ergebnisse ist

$\frac{1}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$ ☐

Liegt kein Laplace-Versuch vor, so benutzt man die relative Häufigkeit eines Ergebnisses als Schätzwert für die **Wahrscheinlichkeit**. Die _______________ ist umso besser, je öfter man den Versuch durchgeführt hat.

Beispiele

1 Farben der Gummibärchen in einer Packung; Umfang der Erhebung: 36; absolute Häufigkeit der Farbe rot: 10
Relative Häufigkeit der Farbe rot:

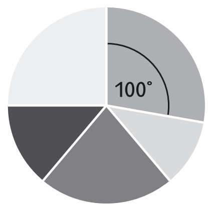
$\frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}} = \frac{10}{36} = 0{,}278 = 27{,}8\,\%.$

2 Beim Münzwurf sind die beiden möglichen Ergebnisse Wappen und Zahl gleich wahrscheinlich.
Die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis Zahl ist $\frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\,\%$.

3 Farben der Luftballons in einer Packung; Häufigkeitstabelle:

Farbe	rot	blau	grün	gelb	pink
Anzahl	10	9	5	8	4

4 Farbe rot: relative Häufigkeit $\frac{10}{36} = \frac{100}{360}$ Der entsprechende Kreisausschnitt hat einen Winkel von $\frac{100}{360} \cdot 360° = 100°$



5 Rangliste einer Erhebung: 0; 1; 1; 3; 3; 3; 4; 4; 6
arithmetisches Mittel:
$\overline{m} = (0+1+1+3+3+3+4+4+6) : 9 = 2{,}78$

6 Rangliste einer Erhebung: 0; 1; 1; 3; 3; 3; 4; 4; 6
Median: 3

7 Rangliste eines Wurfspieles, Treffer pro Person:
0; 1; 1; 3; 3; 3; 4; 4; 6

Lösungswort: ___ ___ ___ ___ ___   ___ ___ ___ ___ ___ ___

Aufgaben – Stochastik

1 Zwölf Schülerinnen und Schüler der Klasse 8b sammeln für einen wohltätigen Zweck. Es kommen folgende Geldbeträge in € zusammen.
38,63 €; 42,70 €; 28,12 €; 37,21 €; 19,95 €; 44,60 €; 31,56 €; 47,13 €; 26,07 €; 30,68 €; 49,52 €; 21,45 €

a) Die Schülerinnen und Schüler der Klasse 8b haben insgesamt ______ gesammelt.

b) Durchschnittlich hat jede Schülerin bzw. jeder Schüler ______ gesammelt.

2 Berechne Spannweite, Mittelwert und Median.

a) 12; 17; 21; 21; 26; 28; 34; 35; 36; 42
Spannweite: ___ Mittelwert: ___ Median: ___

b) 458 g; 648 g; 0,8 kg; 1 kg; 1258 g; 2,1 kg
Spannweite: ___ Mittelwert: ___ Median: ___

c) Der Mittelwert soll 12 sein. Ergänze die fehlende Zahl: 7,5; 20; ___ ; 15; 8,5

d) Die Zahlen sind der Größe nach geordnet. Ergänze, so dass der Zentralwert 17 ist:
7; 9; 12; ___ ; ___ ; 23; 25

3 In den einzelnen Klassen des 7. Jahrgangs wurden die Klassensieger im Tischtennis ermittelt.

	gewonnen	verloren
Sven (7a)	9	5
Maren (7b)	10	3
Sergej (7c)	11	3
Mona (7d)	9	4
Hacer (7c)	12	7
Umur (7f)	8	4

Überprüfe die folgenden Behauptungen:

a) Mona hat relativ häufiger gewonnen als Sven.
☐ richtig ☐ falsch
Mona: ___ % Sven: ___ %

b) Hacer hat relativ häufiger gewonnen als Maren.
☐ richtig ☐ falsch

c) Sergej war der erfolgreichste Spieler.
☐ richtig ☐ falsch

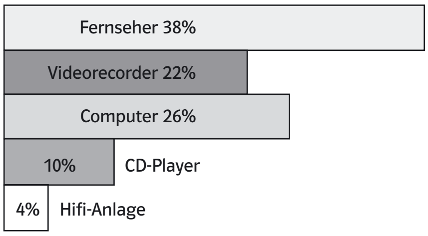
4 1000 Jugendliche wurden befragt, welche Unterhaltungsmedien sie besitzen.

Fernseher	643	Internet	277
DVD-Player	280	Handy	915
Computer	528	MP3-Player	261

a) Rechne die Angaben in Prozent um und zeichne ein Balkendiagramm.

b) Warum kannst du kein Kreis- oder Streifendiagramm zeichnen?

5 2480 Jugendliche gaben an, welches Unterhaltungsmedium sie sich am meisten wünschen:



a) Stelle eine Liste mit den absoluten Häufigkeiten auf.

b) Zeichne ein Streifendiagramm.

6 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim Würfeln

a) eine gerade Zahl zu würfeln? ______

b) eine „6“ zu würfeln? ______

c) eine Zahl größer als „4“ zu würfeln? ______

Runde die Prozentsätze, wenn nötig, auf eine Stelle nach dem Komma.

7 Beim Losverkauf werden 600 Nieten mit 200 Gewinnlosen vermischt.

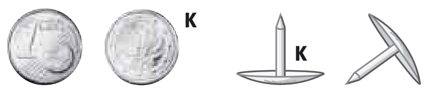
a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim Loskauf einen Gewinn zu erzielen? ______

b) Wie viele Lose muss man mindestens kaufen, um mit Sicherheit einen Gewinn zu ziehen? ______

8 Man zieht nacheinander Kugeln mit Buchstaben aus der Socke und legt sie in der gezogenen Reihenfolge hintereinander.
Berechne die Wahrscheinlichkeiten der Wörter

a) OMA b) MOL.

9 Moni wirft drei Münzen, Dominik drei Reißnägel.



Sie notieren nach jedem Wurf, wie oft Kopf (K) aufgetreten ist. Die Wahrscheinlichkeiten der 4 möglichen Ergebnisse schätzen sie schließlich so ein:

Kopf (K)	0-mal	1-mal	2-mal	3-mal
(1)	8%	42%	42%	8%
(2)	6%	34%	45%	15%

a) Zeile (1) gehört zu ____________________

Zeile (2) gehört zu ____________________

b) Das Experiment soll 150 (230; 420) mal durchgeführt werden. Welche absoluten Häufigkeiten erwarten Moni und Dominik jeweils?

Problemlösen – Strategien entwickeln

Keine Ahnung, wie man das Problem lösen kann?
Es gibt Aufgaben, bei denen es im ersten Moment so scheint, als ob alles bereits Gelernte hier nicht passt – kein vertrautes mathematisches Verfahren und auch nicht der aktuelle Mathe-Unterricht. Hier muss eine eigene Strategie entwickelt werden, z. B.:

Erst mal ausprobieren
So einfach es sich auch anhört, manchmal hilft es, Probleme oder zuerst Teilprobleme durch gezieltes – oder auch zunächst einmal durch ungezieltes – Probieren zu lösen.

Beispiel
Wie heißt die größte Zahl, die mit einmaligem Benutzen der abgebildeten Tasten deines Taschenrechners berechnet werden kann?
¨ © ª y z { p Á
So könntest du vorgehen:
Überlege dir eine Strategie. Zum Probieren kannst du auch erst mit weniger Tasten anfangen, z. B.

$421 \cdot 3 =$ ____ $321 \cdot 4 =$ ____
$43 \cdot 21 =$ ____ $42 \cdot 31 =$ ____ $41 \cdot 32 =$ ____

Was fällt dir auf? Übertrage deine Erkenntnisse nun auf die ursprüngliche Aufgabe.

____ · ____ = ____

Viele Informationen und viele Wege
Bei manchen Problemen ist es hilfreich, möglichst viele Informationen zu dem gestellten Problem zu sammeln oder sich verschiedene Wege zu überlegen, wie man mit dem Problem umgehen könnte.

Beispiel
Wie viele Stühle gibt es an deiner Schule.

So könntest du vorgehen:
Da sich die Frage nicht sofort beantworten lässt, solltest du planen, wie du die Anzahl abschätzen kannst. Überlege z. B.:

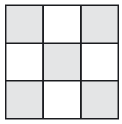
- An meiner Schule gibt es ____ Schüler und ____ Lehrer.
- Unsere Schule hat ____ Klassenräume und ____ Fachräume.

Jetzt stelle deine zusammengetragenen Informationen in einen Zusammenhang und antworte: An meiner Schule gibt es ungefähr ____ Stühle.

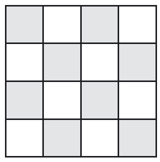
Mit einem Teilproblem beginnen
Bevor du ein Problem löst, kann es sinnvoll sein, mit einem einfachen Teilproblem zu beginnen und sich von dort aus immer weiter durch zu arbeiten.

Beispiel
Wie viele Quadrate befinden sich auf einem Schachbrett? (Wenn du jetzt sagst, es wären 64, dann hast du zu schnell geantwortet. Es sind mehr!)

So könntest du vorgehen:
1. Beginne mit deinen Überlegungen an einem kleineren, dem 3x3-Brett.
Das 3x3-Brett besteht aus:
9 kleinen 1x1-Quadraten,
4 größeren 2x2-Quadraten,
1 großen 3x3-Quadrat,
also insgesamt aus ____ Quadraten.



2. Betrachte nun ein 4x4-Brett.
Das 4x4-Brett besteht aus:
____ 1x1-Quadraten,
____ 2x2-Quadraten,
____ 3x3-Quadrat,
____ 4x4-Quadrat
also insgesamt aus ____ Quadraten:



3. Die Anzahl an Quadraten eines 5x5-Brett berechnet sich dann so:
____ + ____ + ____ + ____ + ____ = ____

4. Jetzt rechne aus, wie viele Quadrate sich auf einem 8x8-Schachbrett befinden.
____

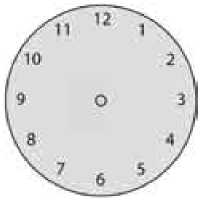
5. Kannst du auch aufschreiben, wie du die Anzahl an Quadraten eines Spielfeldes mit n x n Feldern berechnest?
____

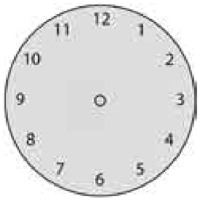
Aufgaben – Problemlösen

1 Teilen und Einteilen

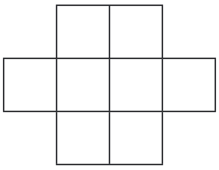
a) Teile das Ziffernblatt einer Uhr mit nur einer geraden Linie, so dass die Summe der Zahlen in jeder Hälfte gleich ist.

b) Teile das Ziffernblatt mit zwei geraden Linien, so dass die Zahlensumme in den entstehenden Teilen gleich ist.





c) Verteile die Zahlen von 1 bis 8 so in die Kästchen, dass weder senkrecht noch waagerecht noch diagonal Zahlen aneinander grenzen, die aufeinander folgen.



2 Summen

Der berühmte Mathematiker Carl Friedrich Gauß hatte als sechsjähriger Junge in der Schule die Idee, die Summe aller Zahlen von 1 bis 100 ganz anders zu berechnen. Sein Weg war schneller und leichter als der übliche Rechenweg. Dazu schrieb er die Zahlen so auf:

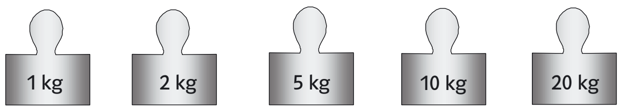
1	2	3	4	5	6	7	8	9	…
100	99	98	97	96	95	94	93	92	…

a) Welche Idee hatte wohl der kleine Carl Friedrich?
b) Berechne die Summe der Zahlen von 1 bis 100 so wie er.
c) Versuche es auch für die Zahlen von 1 bis 1000.
d) Welches Ergebnis erhältst du, wenn du nur die geraden Zahlen von 2 bis 100 addierst?
e) Bilde eine Summe aus aufeinander folgenden Zahlen, die den Wert 1000 hat.

3 Gewichte

Welches ist die geringste Anzahl von Gewichten, die benötigt wird, um jedes Kilogramm zwischen 1 und 40 abzuwiegen?
Es stehen 1-kg, 2-kg-, 5-kg-, 10-kg- und 20-kg-Gewichte zur Verfügung.
(Die Gewichte dürfen nur in die eine Waagschale gelegt werden!)

Es sind mindestens [ ] Gewichte, nämlich jeweils



4 Gewichtsprobleme

a) Du hast drei gleich aussehende Gewichte.
Eines davon wiegt aber weniger als die anderen.
Pia meint, sie findet dieses falsche Gewicht mit einmal wiegen. Wie kann das gehen?

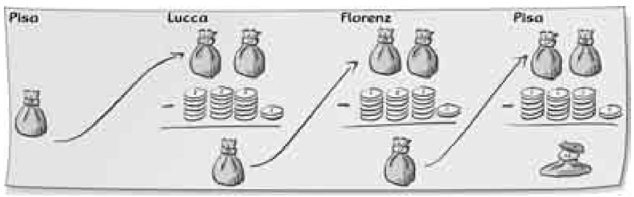
____

b) Jetzt hast du neun gleich aussehende Gewichte, von denen eines weniger wiegt als die anderen.
Wie oft muss man mindestens wiegen um herauszufinden, welches Gewicht leichter ist? [ ]

c) Wie viele Schritte werden benötigt, um herauszufinden, welches das leichte Gewicht von 27 gleich aussehenden Gewichten ist? [ ]

5 Italien-Reise

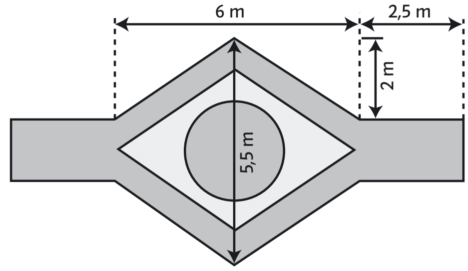
Ein Kaufmann reist von Pisa nach Lucca. Dort verdoppelt er durch gute Geschäfte sein Kapital, muss aber 16 Denare ausgeben. Er reist nach Florenz weiter. Dort verdoppelt er sein neues Kapital wieder und hat wieder Kosten von 16 Denaren. Nach Pisa zurückgekehrt erlebt er wieder dasselbe. Er schaut jetzt in seine Geldkatze und findet darin – nichts.
Solche Aufgaben stellte Leonardo di Pisa, Kaufmann und Mathematiker (etwa 1170 – 1250).



Der Kaufmann ist mit [ ] Denaren aus Pisa abgereist. (Tipp: Einfach rückwärts rechnen!)

6 Wege im Park

In einem Park teilt sich ein Weg und führt beidseitig um einen Brunnen herum. Dadurch entsteht eine Figur mit zwei Symmetrieachsen.



a) Unterteile den gesamten Weg in Rechtecke und Parallelogramme und berechne die Gesamtfläche der Wege.
b) Wie groß ist die Fläche, die von den Wegen eingeschlossen wird?